Schulinterner Lehrplan zum Kernlehrplan

Mathematik

Sekundarstufe II

Stand: 21. August 2015

Inhalt

Seite

1 Die Fachgruppe Mathematik an der Gustav-Heinemann-Gesamtschule, Alsdorf 3

2 Entscheidungen zum Unterricht 5

2.1 Unterrichtsvorhaben 5

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben 6

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben 17

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit 86

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung 88

2.4 Lehr- und Lernmittel 92

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen 93

4 Qualitätssicherung und Evaluation 94

1 Die Fachgruppe Mathematik an der Gustav-Heinemann-Gesamtschule, Alsdorf

Die Gustav-Heinemann-Gesamtschule ist eine kleinstädtisch gelegene Gesamtschule mit mittlerem Einzugsbereich und hat eine stark heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft. Besonders zu erwähnen wäre der sehr hohe Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund, insbesondere mit türkischen Wurzeln. Vor allem in Leistungskursen kann der Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergund 75% erreichen.

Die Gustav-Heinemann -Gesamtschule ist in der Sekundarstufe I sechszügig. In die Einführungsphase der Sekundarstufe II gehen durchschnittlich ca. 50 Schülerinnen und Schüler über, dazu wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 40 Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen, überwiegend aus Realschulen der Stadt Alsdorf und nahe gelegener Gemeinden, und in M, D und E auf die parallelen Kurse gleichmäßig verteilt.

In der Regel werden in der Einführungsphase vier parallele Klassen eingerichtet. Bei eigenen G-Kurs-Schülerinnen und Schüler der Fächer M, E und D besteht zum Teil erheblicher Angleichungsbedarf, so dass diese in der Regel an Vertiefungskursen teilnehmen.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht in der Regel für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor. Es muss damit gerechnet werden, dass eine Doppelstunde im Nachmittagsbereich (8./9./10. Stunde) liegt

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.

Durch ein fachliches begleitendes Förderprogramm, das in den Vertiefungskursen unter Einbeziehung von Schülerinnen und Schülern als Tutoren umgesetzt wird, begleitet durch regelmäßige Gespräche mit den Lehrkräften und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass, wo immer möglich, mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I gibt es dazu verbindliche Absprachen mit anderen Fachgruppen, wie z. B. Gesellschaftslehre, Biologie, Chemie und Physik.

In der Sekundarstufe II kann in der Regel darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist. Die Kontextorientierung ist ein grundlegendes und durchgängiges Prinzip der Arbeit der Mathematik-Fachgruppe in der Sek II.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden teilweise an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule drei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung.

In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind. Auch hier gibt es allerdings Einschränkungen bei den Schülerinnen und Schülern aus G-Kursen.

Der grafikfähige Taschenrechner ist seit längerer Zeit ab der Einführungsphase eingeführt. Verwendet wird ein Casio-Modell.

In der Einführungsphase und in der Qualifikationsphase wird das Schulbuch „Elemente der Mathematik, NRW“ in der aktuellen Version verwendet.

In der Qualifikationsphase wird für GK und LK das Schulbuch „Elemente der Mathematik, Qualifikationsphase, NRW“ in der aktuellen Version verwendet.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene, sowie dem inhaltlichen Vergleich mit dem Schulbuch.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 120 - 140 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
Thema: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundlegende Eigenschaften von linearen, quadratischen, Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen **Zeitbedarf**: 20 Std.	**Thema**: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs **Zeitbedarf**: 21 Std.
Thema: *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf:** 10 Std.	**Thema**: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf**: 18 Std.

Einführungsphase Fortsetzung	
Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Mehrstufige Zufallsexperimente **Zeitbedarf:** 8 Std.	**Thema**: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 10 Std.
Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Koordinatisierungen des Raumes **Zeitbedarf**: 6 Std.	**Thema**: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Vektoren und Vektoroperationen **Zeitbedarf**: 9 Std.

Qualifikationsphase – GRUNDKURS	
Thema: *Optimierungsprobleme (**Q-GK-A1**)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf**: 9 Std.	**Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (**Q-GK-A2**)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 22 Std.
Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (**Q-GK-A3**)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 9 Std.	**Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (**Q-GK-A4**)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 18 Std.
Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 11 Std.	**Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.

Qualifikationsphase – GRUNDKURS (Fortsetzung)	
Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (**Q-GK-G1**)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 9 Std.	**Thema***: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (**Q-GK-G2**)* **Zentrale Kompetenzen**: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 12 Std.
Thema*: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (**Q-GK-G4**)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Skalarprodukt **Zeitbedarf:** 9 Std	

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase – GRUNDKURS</th></tr>
<tr><td>Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td>Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 18 Std.</td></tr>
<tr><td>Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 9 Std.</td><td>Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
Thema: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.	**Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 24 Std.
Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 10 Std.	**Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 24 Std.
Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 15 Std.	**Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 15 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td>Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td>Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 10Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Thema: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)

Zeitbedarf: 20 Std.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td>Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Zeitbedarf: 6 Std.</td><td>Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td>Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Binomialverteilung

Zeitbedarf: 10 Std
.</td><td>Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Normalverteilung
Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
<tr><td>Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Testen von Hypothesen

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td>Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
</table>

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Analysetest E-A1 (nur Geraden ohne GTR)	8
II	E-S1	9
III	E-S2	6
1.Klausur ohne GTR		
Einführung GTR		2
IV	E-A1 (nur ganzrationale Fkt.)	6
V	E-A3	10
2. Klausur mit GTR		
VI	E-A1 (andere Fkt.klassen)	6
VII	E-A2	21
3. Klausur		
VIII	E-A4	18
	Wdh. Stochastik	4
Vergleichsarbeit		
IX	E-G1	6
X	E-G2	9
	Summe:	105

Q1 Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	22
1. Klausur		
III	Q-GK-A3	9
IV	Q-GK-A4	18
2. Klausur		
V	Q-GK-G1	9
VI	Q-GK-G3	9
3. Klausur		
VII	Q-GK-G2 Aufgaben auf Abi-turniveau	12 + Übungen
4. Klausur		
VIII	Q-GK-S1	6
	Summe:	94

Q2 Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
II	Q-GK-S2 (1.)	9
III	Q-GK-S3 (1.)	4
IV	Q-GK-S4	12
1. Klausur		
V	Q-GK-A5	11
VI	Q-GK-A6	12
2. Klausur		
VII	Q-GK-S2 (2.)	9
VIII	Q-GK-S3 (2.)	5
IX	Übungen Vorabitur	6
Vorabiturklausur		
X	Übungen Abitur	12
	Summe:	80

Q1 Leistungskurs		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
I	Q-LK-A1	12
II	Q-LK-A2	24
1. Klausur		
III	Q-LK-A3	10
IV	Q-LK-A4	24
2. Klausur		
V	Q-LK-G1	10
VI	Q-LK-G2	10
3. Klausur		
VII	Q-LK-G3	20
VIII	Q-LK-S6	15
4. Klausur		
IX	Q-LK-S1	6
XI	Q-LK-S2 Kombinatorik	10
	Summe:	141

Q2 Leistungskurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-S2 Rest	10
II	Q-LK-S3	10
III	Q-LK-S4	15
IV	Q-LK-S5	10
1. Klausur		
V	Q-LK-A5	15
VI	Q-LK-A6	15
	Aufgaben Exponentialfkt. Abiturniveau	
2. Klausur		
VII	Aufbauende Wiederholung aller Themen	35
Vorabiturklausur		
	Abiturvorbereitung	15
Abitur		
	Summe:	120

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz der Gustav-Heinemann-Gesamtschule verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich.
Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe	**1.1 Funktionen und ihre Darstellungen – Umgang mit dem Rechner** • Definitionsbereich und Wertebereich einer Funktion; • Darstellungen einer Funktion; Intervalle; Funktionen im Rechner darstellen; • Mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren; Geraden, Parabeln und Schnittpunkte; • Abschnittsweise definierte Funktionen und Graphen, die keine Funktionsgraphen sind **1.2 Potenzen mit rationalen Exponenten – Potenzgesetze** 1.2.1 Definition von Potenzen mit rationalen Exponenten • Sicher mit Potenzen mit rationalen Exponenten umgehen; • Wachstum beschreiben 1.2.2 Potenzgesetze • Potenzgesetze anwenden; • Wurzeln als Potenzen; • Terme mit Potenzen **1.3 Potenzfunktionen** 1.3.1 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und ihre Graphen, • Graphen von Potenzfunktionen strecken und verschie-	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle und Wachstumsvorgänge (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet wer-

Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabell zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	ben; 1.3.2 Potenzfunktionen mit negativen ganzzahligen Exponenten • Potenzfunktionen mit negativen ganzzahligen Exponenten und ihre Graphen; • Graphen von Potenzfunktionen mit negativen Exponenten strecken und verschieben 1.3.3 Potenzfunktionen mit den Exponenten $^1/_2$ und $^1/_3$ • Punkte auf dem Graphen von Wurzelfunktionen; • Graphen von Wurzelfunktionen strecken und verschieben; • Modellierungen; • Potenzgleichungen lösen	den. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.
	1.4 Ganzrationale Funktionen • Ganzrationale Funktionen am Term erkennen; • Gestreckte und verschobene Graphen von Potenzfunktionen; • Überlagerung von Potenzfunktionen; • Modellierungen mit ganzrationalen Funktionen	
	1.5 Beschreibung exponentieller Prozesse 1.5.1 Lineares und exponentielles Wachstum • Lineares und exponentielles Wachstum; • Prozentuales Wachstum; • Verdopplungszeit; • Exponentielles und lineares Wachstum 1.5.2 Exponentielle Abnahme – Halbwertszeit • Exponentielle Abnahme – Prozentuale Abnahme; • Halbwertszeit – Verdopplungszeit; • Wachstumsprobleme; • Vernetzte Aufgaben 1.5.3 Eigenschaften von Exponentialfunktionen – Die Exponen-	

	tialfunktionen mit $y = b^x$ mit $b > 0$, $b \neq 1$ • Exponentialfunktionen und ihre Eigenschaften; • Exponentialfunktionen mit $b > 1$; • Exponentielles Wachstum und Exponentialfunktionen; • Exponentialfunktionen mit $b < 1$; • Bestimmen der Basis 1.5.4 Eigenschaften von Exponentialfunktionen mit $y = a \cdot b^x$ • Strecken eines Graphen in Richtung der y-Achse – Positive und negative Streckfaktoren; • Bestimmen von Funktionsgleichungen; • Exponentielles Wachstum; • Verschieben eines Graphen	
	1.6 Sinusfunktionen 1.6.1 Definition der Sinusfunktion und ihre Eigenschaften • Vom Gradmaß zum Bogenmaß und umgekehrt; • Eigenschaften der Sinusfunktion; • Zu einem Funktionswert sin(x) mögliche x-Werte bestimmen; • Verschieben und Strecken der Sinusfunktion in Richtung der y-Achse 1.6.2 Strecken und Verschieben des Graphen der Sinusfunktion in Richtung der x-Achse • Strecken in Richtung der x-Achse; • Verschieben in Richtung der x-Achse; • Strecken und Verschieben 1.6.3 Allgemeine Sinusfunktion • Vom Graphen der Sinusfunktion zum Graphen einer allgemeinen Sinusfunktion; • Den Term einer allgemeinen Sinusfunktion bestimmen; • Modellieren mit allgemeinen Sinusfunktionen	

Thema: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ablei-	**2.1 Durchschnittliche Änderungsrate und Sekantensteigung** • Durchschnittliche Änderungsraten in Sachsituationen aus Wertetabellen bestimmen; • Durchschnittliche Änderungsraten bei Funktionen – Sekanten; • Durchschnittliche Änderungsraten bei Bewegungen interpretieren **2.2 Ableitung einer Funktion an einer Stelle** 2.2.1 Steigung eines Funktionsgraphen in einem Punkt • Steigungen in einem Punkt am Graphen abschätzen; • Graphen mit passender Steigung zeichnen; • Ableitung mithilfe einer Tangente grafisch bestimmen; 2.2.2 Lokale Änderungsrate • Lokale Änderungsraten am Graphen bestimmen; • Änderungsraten im Alltag und in der Technik deuten; • Ableitungen näherungsweise berechnen; • Vernetzte Aufgabe	Für den Einstieg wird ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch

tungsfunktionen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Argumentieren (Vermuten)*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … grafischen Messen von Steigungen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	**2.3 Graph der Ableitungsfunktion** • Vom Graphen von f zum Graphen von f'; • Zusammenhänge zwischen f und f' erkennen; • Ableitungsfunktionen in Natur und Technik **2.4 Ableitung der Quadratfunktion – Ableitungen rechnerisch bestimmen** • Tangentensteigung als Grenzwert von Sekantensteigungen; • Ableitung der Quadratfunktion; • Vernetzte Aufgaben	ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software (GeoGebra) werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Eine Untersuchung der Änderung von Änderungen ist erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen (also Wendepunkte!).

Thema: *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)*	**2.5 Ableitungsregeln** 2.5.1 Ableitung von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten – Potenzregel • Ableitungen mithilfe der h-Schreibweise bestimmen; • Ableitungen mithilfe der Potenzregel bestimmen; • Ausgangsfunktion zu einer gegebenen Ableitungsfunktion bestimmen; • Vernetzte Aufgaben 2.5.2 Faktorregel • Ableitungen mithilfe der Faktorregel bestimmen; • Zu einer Ableitung eine mögliche Ausgangsfunktion bestimmen; • Lokale und momentane Änderungsraten bestimmen 2.5.3 Summenregel • Ableitung mithilfe von Ableitungsregeln bestimmen; • Zu einer Ableitungsfunktion eine zugehörige Ausgangsfunktion bestimmen; • Vernetzte Aufgaben 2.5.4 Ableitung der Sinusfunktion • Ableitung der Sinusfunktion; • Ableitungsregeln anwenden; • Aufgaben mit Tangenten an die Sinusfunktion; • Ableitung der Kosinusfunktion	Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für **eine** quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet. Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens. Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorha-

• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen		ben eine untergeordnete Rolle. Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben VI (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und	**3.1 Globalverlauf ganzrationaler Funktionen** • Globalverlauf bestimmen; • Argumentieren am Graphen und vernetzte Aufgaben **3.2 Symmetrie von Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen** • Funktionsgraphen auf Symmetrie untersuchen; • Vernetzte Aufgaben **3.3 Nullstellen ganzrationaler Funktionen** 3.3.1 Linearfaktoren ganzrationaler Funktionen • Nullstellen anhand des Funktionsterms bestimmen (bis Grad 3 ohne GTR); • Funktionsterme anhand von Nullstellen bestimmen (ohne GTR); • Abspalten eines Linearfaktors (ohne GTR); • Biquadratische Gleichungen lösen (ohne GTR) 3.3.2 Anzahl der Nullstellen einer ganzrationalen Funktion • Anzahl der Nullstellen; • Einfache, doppelte oder dreifache Nullstellen; • Nullstellen mithilfe des GTR bestimmen; • Vom Graphen zum Funktionsterm und umgekehrt; • Vernetzte Aufgaben	Wesentliche Elemente der Untersuchung ganzrationaler Funktionen werden eingeführt (Globalverlauf, Symmetrie und Nullstellen, Extremstellen). Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funkti-

Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) *(Begründen)* • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)*	**3.4 Eigenschaften von Funktionen mithilfe von Ableitungen bestimmen** 3.4.1 Monotonie und Extrempunkte • Globale und lokale Extrempunkte erkennen; • Anwenden des Monotoniebegriffs, Monotoniesatz; • Übungen zum Monotoniesatz; • Aussagen zu Monotonie und Extrempunkten 3.4.2 Kriterien für Extremstellen • Vorzeichenwechsel erkennen – Vorzeichenwechselkriterium anwenden; • Extremstellen rechnerisch bestimmen, zweite Ableitung; • Aussagen über Extremstellen 3.4.3 Klassifikation ganzrationaler Funktionen 3. Grades • Lage und Form von Graphen ganzrationaler Funktionen dritten Grades; • Tangentengleichungen bestimmen • Symmetrien berücksichtigen 3.4.4 Vermischte Aufgaben	onsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
• stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

Kommunizieren (Produzieren)
Die Schülerinnen und Schüler</td><td>4.1 Lage von Punkten im Raum beschreiben
• Zeichnen von Punkten und Körpern in Koordinatensystemen;
• Lage von Punkten im Koordinatensystem erkennen und beschreiben;
• Projektion und Spiegelung von Punkten</td><td>Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Verwendung des Anschauungsmodells.</td></tr>
</table>

• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen		

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
• stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
• addieren Vektoren, multiplizieren Vek-</td><td>4.2 Vektoren
• Verschiebungen;
• Vektoren und Pfeile;
• Längen von Vektoren berechnen</td><td rowspan="2">Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</td></tr>
<tr><td>4.3 Addition und Subtraktion von Vektoren
• Summen und Differenzen von Vektoren berechnen und zeichnen;
• Dreiecksregel anwenden – Abstände zwischen zwei Punkten bestimmen;
• Bewegungen mit Vektoren bestimmen;
• Parallelogramme mit Vektoren beschreiben;
• Eigenschaften von Dreiecken untersuchen</td></tr>
</table>

toren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*	**4.4 Vervielfachen von Vektoren** • Mit Vektoren rechnen; • Vektoren in Figuren bestimmen; • Mittelpunkt einer Strecke berechnen	

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer	**5.1 Mehrstufige Zufallsversuche** 5.1.1 Mehrstufige Zufallsversuche – Pfadregeln • Wahrscheinlichkeiten für mehrstufige Zufallsversuche berechnen; • Pfadregeln in Anwendungssituationen 5.1.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu erwartende Mittelwerte • Zu erwartende Mittelwerte bei Glücksspielen; • Zu erwartende Mittelwerte in Anwendungssituationen	Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)		

Thema: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	**5.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten** 5.2.1 Baumdiagramme und Vierfeldertafeln • Daten aus Texten und Baumdiagrammen zu Vier- und Mehrfeldertafeln ergänzen; • Aus Vierfeldertafeln beide Baumdiagramme entwickeln; • Aus einem Baumdiagramm eine Vierfeldertafel und das umgekehrte Baumdiagramm entwickeln; • Nachweisen, dass zwei Texte auf derselben Vierfeldertafel beruhen; • Vermischte Aufgaben 5.2.2 Stochastische Unabhängigkeit – bedingte Wahrscheinlichkeiten • Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Wahrscheinlichkeiten; • Gefahr der Verwechslung von Wahrscheinlichkeiten; • Anwendungen im Gesundheitsbereich	Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Kommunizieren *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*		

Q-Phase <u>Grundkurs</u> Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.(Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</td><td>1.2 Extremwertprobleme
• Geometrische Körper und Figuren
• Flächeninhalte und Funktionsgraphen
• Aufgaben aus der Wirtschaft</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.
An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).
Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.</td></tr>
</table>

Problemlösen *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*		

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend kom-	**1.1 Fortsetzung der Differenzialrechnung** 1.1.1 Wendepunkte – Linkskurve, Rechtskurve • Wdh. Ableitungen berechnen • Links- und Rechtskurven bestimmen • Grafisch argumentieren 1.1.2 Kriterien für Extrem- und Wendepunkte (Selbst lernen) • Extrem- und Wendepunkte berechnen • Aussagen über Extrem- und Wendestellen beurteilen • Sätze und Definitionen kennen und anwenden 1.1.3 Ableitung von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • Anwenden der Ableitungsregeln • Tangentengleichung 1.1.4 Aspekte von Funktionsuntersuchungen • Aspekte von Funktionsuntersuchungen • Rechnerfenster kritisch hinterfragen • Argumentieren mit Eigenschaften von Funktionen • Untersuchung von Eigenschaften in Abhängigkeit von **<u>einem Parameter</u>** bei ganzrationalen Funktionen	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z.B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestim-

plexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	**1.3 Lösen linearer Gleichungssysteme – GAUSS-Algorithmus** 1.3.1 Der GAUSS-Algorithmus zum Lösen eines linearen Gleichungssystems 1.3.2 Lineare Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen oder ohne Lösung **1.4 Bestimmen ganzrationaler Funktionen** • Bestimmen einer Funktion mit vorgegebenem Grad • Bestimmen einer Funktion ohne vorgegebenen Grad • mit ganzrationalen Funktionen modellieren	mung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	**2.1 Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten** • Rekonstruktion einer Größe aus dem Graphen der Änderungsrate • Rekonstruktion einer Größe aus gegebenen Änderungsraten **2.4 Integralfunktionen (**Selbst lernen) • Graph einer Integralfunktion näherungsweise aus einem Graphen rekonstruieren • Integralfunktionen bestimmen und ihre Graphen zeichnen • Integralfunktionen mit einem GTR darstellen	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
• erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
• bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen:
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
• stellen Vermutungen auf (Vermuten)</td><td>2.2 Das Integral als Grenzwert von Produktsummen
• Integrale näherungsweise mithilfe von Produktsummen bestimmen
• Integrale der Quadratfunktion mithilfe der Formel berechnen
• Integrale als Summen orientierter Flächeninhalte bestimmen

2.3 Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen
• Stammfunktionen
• Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen
• Passende Stammfunktion zu einem Anfangswert finden
• Orientierte Flächeninhalte
• Integrale mithilfe eines Rechners bestimmen</td><td>Schülerinnen und Schüler sollen hier entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.
Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.
Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.
Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet.</td></tr>
</table>

• unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	**2.5 Berechnen von Flächeninhalten** 2.5.1 Fläche zwischen einem Funktionsgraphen und der x-Achse • Flächeninhalte bei Graphen einer gegebenen Funktion f bestimmen • Passende Funktionen bestimmen und Flächeninhalte berechnen 2.5.2 Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen • Flächeninhalte von Flächen zwischen den Graphen zweier gegebener Funktionen berechnen • Passende Funktionen bestimmen und Flächeninhalte zwischen den Graphen der Funktionen berechnen	In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren **Parameter** von Funktionen im Anwendungszusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - natürliche Exponentialfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*	**3.1 Exponentielles Wachstum** 3.1.1 Wachstumsgeschwindigkeit – e-Funktion • Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis • (Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen mit der e-Funktion) • Flächenberechnungen und Stammfunktionen bei verknüpften Funktionen • Die EULER'sche Zahl e und die e-Funktion 3.1.2 Ableitung von Funktionen f mit $f(x) = e^{k \cdot x + n}$ • e-Funktionen mit linearen Funktionen im Exponenten • Ableitungen (einfache Kettenregel) • Steigungen und Tangenten • Stammfunktionen und Integrale 3.1.3 Beschreibung von exponentiellem Wachstum mithilfe der e-Funktion • Wachstumsprozesse mit der e-Funktion beschreiben • Ableitungen bestimmen • Gleichungen lösen • *Integrale berechnen*	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem*

• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren).* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	3.1.4 Wachstumsprozesse untersuchen (Selbst lernen) • Exponentielle Abnahme und Zunahme mithilfe der e-Funktion modellieren • Halbwertszeit – Verdopplungszeit • Wachstumsgeschwindigkeit exponentieller Prozesse – experimentelle Bestimmung von k	*Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend kom-</td><td>3.2 Verknüpfungen von e-Funktionen und ganzrationalen Funktionen
3.2.1 Produktregel – Wachstumsvergleich von e-Funktionen und ganzrationalen Funktionen
• Anwenden der Ableitungsregeln – Untersuchen des Globalverlaufs
• Aspekte von Funktionsuntersuchungen
3.2.2 Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen
• Typische Aufgabenstellungen bei komplexen Anwendungssituationen
3.2.3 Aspekte von Funktionsuntersuchungen mit e-Funktionen
• Einzelaspekte von Funktionsuntersuchungen bearbeiten
• Zusammengesetzte Exponentialfunktionen in Sachzusammenhängen untersuchen</td><td>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung</td></tr>
</table>

plexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*		untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)</td></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Inhalte</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr>
<td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter</td>
<td>Wiederholung: 4.1 Punkte und Vektoren im Raum
4.1.1 Lage von Punkten im Raum beschreiben
Zeichnen von Punkten und Körpern in Koordinatensystemen
Lage von Punkten im Koordinatensystem erkennen und beschreiben
Projektion und Spiegelung von Punkten
4.1.2 Vektoren
Verschiebungen
Vektoren und Pfeile
Längen von Vektoren berechnen
4.1.3 Addition und Subtraktion von Vektoren
Summen und Differenzen von Vektoren berechnen und zeichnen
Dreiecksregel anwenden – Abstände zwischen zwei Punkten bestimmen
Bewegungen mit Vektoren bestimmen
Parallelogramme mit Vektoren beschreiben
Eigenschaften von Dreiecken untersuchen</td>
<td>Zunächst ist eine intensive Wiederholung der Inhalte der EF notwendig

Lineare Bewegungen werden z.B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berech-</td>
</tr>
</table>

(ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke […] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	• Vervielfachen von Vektoren • Mit Vektoren rechnen • Vektoren in Figuren bestimmen • Mittelpunkt einer Strecke berechnen **4.2 Geraden im Raum** 4.2.1. Parameterdarstellung einer Geraden • Parameterdarstellungen einer Geraden bestimmen • Beschreibung von Strecken – Punktprobe 4.2.2 Lagebeziehungen zwischen Geraden • Lagebeziehungen von Geraden zueinander untersuchen • Geraden mit vorgegebenen Lagen zueinander bestimmen • Geraden in geometrischen Figuren • Geraden in Anwendungen	nung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. *Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.*

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)*	**4.4 Ebenen im Raum** 4.4.1 Parameterdarstellung einer Ebene • Punkte einer Ebene bestimmen – Punktprobe • Parameterdarstellung einer Ebene aus drei Punkten bestimmen • Parameterdarstellung von Ebenen durch Geraden und Punkte bestimmen • Parameterdarstellungen von Ebenen in Figuren bestimmen • Ebenen mit besonderer Lage im Koordinatensystem • Geraden, die in Ebenen liegen) 4.4.2 Ebenen zeichnen – Spurgeraden (Selbst lernen) • Ebenen mit drei Spurpunkten • Ebenen mit zwei Spurpunkten • Ebenen mit einem Spurpunkt • Ebenen durch den Koordinatenursprung 4.4.3 Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene • Gemeinsame Punkte von Geraden mit Ebenen bestimmen • Geraden und Ebenen mit zueinander vorgegebener Lage bestimmen	In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des an-

• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen	• Geraden und Ebenen in geometrischen Figuren Wiederholung des Gauss-Verfahrens und der möglichen Lösungsmengen	gezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G3)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Inhalte</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)
• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)</td><td>4.3 Winkel im Raum
4.3.1 Orthogonalität zweier Vektoren – Skalarprodukt
• Orthogonalitätsprüfungen
• Orthogonale Vektoren finden
• Argumentieren mit dem Skalarprodukt
4.3.2 Winkel zwischen Vektoren und Geraden
• Winkel zwischen zwei Vektoren
• Untersuchungen an geometrischen Figuren
• Winkel zwischen zwei Geraden im Raum</td><td>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.
Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.
Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann.
Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.
Dabei kann der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden.
Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.</td></tr>
</table>

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</td></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Inhalte</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr>
<td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</td>
<td>5.1 Lage- und Streuungsmaße von Stichproben
5.1.1 Häufigkeitsverteilungen – Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung
Häufigkeitsverteilungen – Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung
Arithmetisches Mittel einer Häufigkeitsverteilung mit zusammengefassten Daten
5.1.2 Streuung um den Mittelwert einer Stichprobe – die empirische Standardabweichung
Berechnung der empirischen Standardabweichung von Häufigkeitsverteilungen
5.2 Zufallsgröße – Erwartungswert einer Zufallsgröße
Bestimmen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch Abzählen der zugehörigen Ergebnisse
Bestimmen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen mithilfe von Baumdiagrammen
Berechnen des Erwartungswerts für eine gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung</td>
<td>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</td>
</tr>
</table>

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter *n* und *p* auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Ta-	**5.3 Binomialverteilung** 5.3.1 BERNOULLI-Ketten • Überprüfen, ob eine BERNOULLI-Kette vorliegt • Erste Wahrscheinlichkeitsberechnungen bei BERNOULLI-Ketten 5.3.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten – BERNOULLI-Formel • Anwenden der BERNOULLI-Formel zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten • Anwenden der BERNOULLI-Formel zur Berechnung von zu erwartenden Werten • Modellieren von Ziehvorgängen ohne Zurücklegen mithilfe eines Binomialansatzes • Eigenschaften von Binomialverteilungen • Darstellen der Binomialkoeffizienten mithilfe der Fakultätenschreibweise 5.3.3 Kumulierte Binomialverteilung – ein Auslastungsmodell • Modellieren der Auslastung von Maschinen • Simulation einer Auslastung 5.3.4 Berechnen von Intervall-Wahrscheinlichkeiten • Bestimmen von Intervall-Wahrscheinlichkeiten	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine all-

bellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-größen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungs-wert, Standardabweichung)	• Modellierung von Vorgängen mithilfe eines Binomialansatzes • Bestimmen von Intervallen mit vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten 5.3.5 Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Erfolg bei einem n-stufigen BERNOULLI-Experiment • Notwendiger Stichprobenumfang für mindestens einen Erfolg **6.1 Erwartungswert und Standardabweichung von Binomialverteilungen** 6.1.1 Erwartungswert einer Binomialverteilung • Erwartungswert einer Binomialverteilung • Maximum einer Binomialverteilung • Eigenschaften von Umgebungen um den Erwartungswert einer Binomialverteilung 6.1.2 Standardabweichung von binomialverteilten Zufallsgrößen • Entdecken einer Formel für die mittlere quadratische Abweichung einer Binomialverteilung • Überprüfen der Berechnungsformel für die Standardabweichung • Vergleich von Binomialverteilungen mit gleichem Erwartungswert • Binomialverteilungen mit gleicher Standardabweichung • Binomialverteilung mit maximaler Streuung • Bestimmen einer Binomialverteilung zu gegebenen Werten von Erwartungswert und Standardabweichung	gemeingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von *n* und *p* ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

	6.1.3 Umgebungen um den Erwartungswert einer Binomialverteilung – σ-Regeln • Sigma-Regeln überprüfen, • Boxplots und Sigma-Umgebungen	

Thema: *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen	**6.2 Einführung in Schlussverfahren der Beurteilenden Statistik** 6.2.1 Prognose über zu erwartende Häufigkeiten • Prognosen für zu erwartende absolute Häufigkeiten • Signifikante Abweichungen • Prognose über zu erwartende relative Häufigkeiten • Ausnutzen der Symmetrie der Binomialverteilung 6.2.2 Mithilfe einer Entscheidungsregel von der Stichprobe auf die Gesamtheit schließen • Eine Entscheidungsregel erläutern und mögliche Fehler bedenken • Mithilfe einer Entscheidungsregel von der Stichprobe auf die Gesamtheit schließen	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung*

her *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*		*steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.* *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)	**6.3 Stochastische Prozesse mithilfe von Matrizen beschreiben** 6.3.1 Bestimmung von Zuständen mithilfe von Übergangsmatrizen • Übergangsdiagramme und Übergangsmatrizen • Berechnen eines veränderten Zustandsvektors 6.3.2 Untersuchung stochastischer Prozesse mithilfe der Matrizenmultiplikation • Bestimmung zukünftiger Zustände • Bestimmung zurückliegender Zustände 6.3.3 Stabilisieren von Zuständen – stationäre Zustände • Stationäre Verteilung – Fixvektor	*Hinweis:* *Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Argumentieren *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*		

Q-Phase **Leistungskurs** Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Frage-</td><td>1.2 Extremwertprobleme
• Geometrische Körper und Figuren
• Vereinfachen durch Quadrieren der Zielfunktion
• Flächeninhalte und Funktionsgraphen
• Aufgaben aus der Wirtschaft</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauli-</td></tr>
</table>

stellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*		che Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). .

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind	**1.1 Fortsetzung der Differenzialrechnung** 1.1.1 Wendepunkte – Linkskurve, Rechtskurve • Wdh. Ableitungen berechnen, • Links- und Rechtskurven bestimmen, • grafisch argumentieren 1.1.2 Kriterien für Extrem- und Wendepunkte (Selbst lernen) • Extrem- und Wendepunkte berechnen • Aussagen über Extrem- und Wendestellen beurteilen • Sätze und Definitionen kennen und anwenden 1.1.3 Ableitung von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten (Selbst lernen) • Anwenden der Ableitungsregeln • Ableitung der Quadratwurzelfunktion • Steigungen von Funktionen • Tangentengleichung 1.1.4 Aspekte von Funktionsuntersuchungen • Aspekte von Funktionsuntersuchungen • Argumentieren mit Eigenschaften von Funktionen	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z.B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der

Prozessbezogene Kompetenzen: ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen und zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	• Untersuchung von Eigenschaften in Abhängigkeit von einem Parameter bei ganzrationalen Funktionen 1.1.5 Funktionenscharen • Eigenschaften einer Funktionenschar in Abhängigkeit von einem Parameter untersuchen • Funktionenscharen in Sachsituationen **1.3 Lösen linearer Gleichungssysteme – GAUSS-Algorithmus** 1.3.1 Der GAUSS-Algorithmus zum Lösen eines linearen Gleichungssystems 1.3.2 Lineare Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen oder ohne Lösung **1.4 Bestimmen ganzrationaler Funktionen** • Bestimmen einer Funktion mit vorgegebenem Grad • Bestimmen einer Funktion ohne vorgegebenen Grad, mit ganzrationalen Funktionen modellieren **1.5 Trassierung (**Selbst lernen)	Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden **Lösungsscharen** erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen" werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)*	**2.1 Eine Größe aus ihrer Änderungsrate rekonstruieren** • Rekonstruktion einer Größe aus dem Graphen der Änderungsrate • Rekonstruktion einer Größe aus gegebenen Änderungsraten	*Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.* Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und

• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*		vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen" zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. *Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion" hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.* Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen	**2.2 Das Integral als Grenzwert von Produktsummen** • Integrale näherungsweise mithilfe von Produktsummen bestimmen • Integrale der Quadratfunktion mithilfe der Formel berechnen • Integrale als Summen orientierter Flächeninhalte bestimmen **2.3 Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung** • Stammfunktionen • Integralfunktionen bestimmen und ihre Graphen zeichnen • Abschnittsweise definierte Integralfunktionen • Graph einer Integralfunktion näherungsweise aus einem Graphen rekonstruieren • Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen • Die passende Stammfunktion zu einem Anfangswert finden • Orientierte Flächeninhalte • Integrale mithilfe eines Rechners bestimmen • Integralfunktionen mit einem GTR darstellen • Keine Stammfunktion zu finden – da hilft die Integralfunktion	Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) – J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. *Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Diffe-*

Prozessbezogene Kompetenzen: ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	**2.4 Integralfunktionen (**Selbst lernen) • Graph einer Integralfunktion näherungsweise aus einem Graphen rekonstruieren • Integralfunktionen bestimmen und ihre Graphen zeichnen • Integralfunktionen mit einem GTR darstellen **2.5 Berechnen von Flächeninhalten** 2.5.1 Fläche zwischen einem Funktionsgraphen und der x-Achse • Flächeninhalte bei Graphen einer gegebenen Funktion f bestimmen • Passende Funktionen bestimmen und Flächeninhalte berechnen 2.5.2 Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen • Flächeninhalte von Flächen zwischen den Graphen zweier gegebener Funktionen berechnen • Passende Funktionen bestimmen und Flächeninhalte zwischen den Graphen der Funktionen berechnen 2.5.3 Uneigentliche Integrale **2.6 Volumina von Rotationskörpern** **2.7 Mittelwert der Funktionswerte einer Funktion <u>Zusatz</u>**	*renzierung:* *Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.* In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) *Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan **<u>hinausgehend</u>**) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.*

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: o natürliche Exponentialfunktion o Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis o natürliche Logarithmusfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: x → 1/x . **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückfüh-	*Wdh. Exponentialfunktionen* **3.1 Exponentielles Wachstum** 3.1.1 Wachstumsgeschwindigkeit – e-Funktion • Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis – Ableitung, • Die EULER'sche Zahl e und die e-Funktion 3.1.2 Ableitung von Exponentialfunktionen – natürlicher Logarithmus • e-Funktionen mit linearen Funktionen im Exponenten, • Ableitungen, Steigungen und Tangenten • Stammfunktionen und Integrale (in Q2) 3.1.3 Eigenschaften von e-Funktionen – Kettenregel • Wachstumsprozesse mit der e-Funktion beschreiben • Ableitungen bestimmen • Gleichungen lösen • Integrale berechnen, (in Q2) 3.1.4 Wachstumsprozesse untersuchen (Selbst ler-	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

ren auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)*(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	nen) • Exponentielle Abnahme und Zunahme mithilfe der e-Funktion modellieren • Halbwertszeit – Verdopplungszeit • Wachstumsgeschwindigkeit exponentieller Prozesse – experimentelle Bestimmung von k *3.1.5 Begrenztes Wachstum*	*Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell ver-	**3.2 Eigenschaften zusammengesetzter Funktionen** 3.2.1 Summe und Differenz von Funktionen • Anwenden der Ableitungsregeln – Untersuchen des Globalverlaufs • Aspekte von Funktionsuntersuchungen 3.2.2 Produkte von Funktionen 3.2.3 Produktregel **3.3 Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen** • Typische Aufgabenstellungen bei komplexen Anwendungssituationen **3.4 Aspekte von Funktionsuntersuchungen mit e-Funktionen – Funktionenscharen** • Einzelaspekte von Funktionsuntersuchungen bearbeiten • Zusammengesetzte Exponentialfunktionen in Sachzusammenhängen untersuchen	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).

schiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*		

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)*		
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Inhalte**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter	**Wiederholung: 4.1 Punkte und Vektoren im Raum** 4.1.1 Lage von Punkten im Raum beschreiben • Zeichnen von Punkten und Körpern in Koordinatensystemen • Lage von Punkten im Koordinatensystem erkennen und beschreiben • Projektion und Spiegelung von Punkten 4.1.2 Vektoren • Verschiebungen • Vektoren und Pfeile • Längen von Vektoren berechnen 4.1.3 Addition und Subtraktion von Vektoren • Summen und Differenzen von Vektoren berechnen und zeichnen • Dreiecksregel anwenden – Abstände zwischen zwei Punkten bestimmen • Bewegungen mit Vektoren bestimmen • Parallelogramme mit Vektoren beschreiben • Eigenschaften von Dreiecken untersuchen	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. **Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen**. Punktproben sowie die Berechnung von **Schnittpunkten mit den Grundebenen** erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

(ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	4.1.4 Vervielfachen von Vektoren • Mit Vektoren rechnen • Vektoren in Figuren bestimmen • Mittelpunkt einer Strecke berechnen **4.2 Geraden im Raum** 4.2.1. Parameterdarstellung einer Geraden • Parameterdarstellungen einer Geraden bestimmen • Beschreibung von **Strecken** – Punktprobe 4.2.2 Lagebeziehungen zwischen Geraden • Lagebeziehungen von Geraden zueinander untersuchen • Geraden mit vorgegebenen Lagen zueinander bestimmen • Geraden in geometrischen Figuren • Geraden in Anwendungen	Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Thema: *Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Inhalte</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler

erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*
analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)*
entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*
vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*

</td><td>

4.3 Winkel im Raum

4.3.1 Orthogonalität zweier Vektoren – Skalarprodukt

Orthogonalitätsprüfungen
Orthogonale Vektoren finden
Argumentieren mit dem Skalarprodukt

4.3.2 Winkel zwischen Vektoren und Geraden

Winkel zwischen zwei Vektoren
Untersuchungen an geometrischen Figuren
Winkel zwischen zwei Geraden im Raum

</td><td>

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.
Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.

Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.
</td></tr>
</table>

Thema: *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **ggf.:** • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)*	**4.4 Ebenen im Raum** 4.4.1 Parameterdarstellung einer Ebene • Punkte einer Ebene bestimmen – Punktprobe • Parameterdarstellung einer Ebene aus drei Punkten bestimmen • Parameterdarstellung von Ebenen durch Geraden und Punkte bestimmen • Parameterdarstellungen von Ebenen in Figuren bestimmen • Ebenen mit besonderer Lage im Koordinatensystem • Geraden, die in Ebenen liegen 4.4.2 Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene • Gemeinsame Punkte von Geraden mit Ebenen bestimmen • Geraden und Ebenen mit zueinander vorgegebener Lage bestimmen • Geraden und Ebenen in geometrischen Figuren **4.5 Normalenvektor einer Ebene** 4.5.1 Normalenform und Koordinatenform einer Ebe-	Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen: Betrachtet wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($\vec{a} = 0$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet. Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufga-

• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	ne 4.5.2 Lagebeziehungen mithilfe eines Normalenvektors untersuchen (Selbst lernen) **4.6 Winkel zwischen Geraden und Ebenen** 4.6.1 Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene 4.6.2 Winkel zwischen zwei Ebenen **4.7 Abstandsberechnungen** 4.7.1 Abstand eines Punktes von einer Ebene und von einer Geraden 4.7.2 Die HESSE'sche Normalenform 4.7.3 Abstand zueinander windschiefer Geraden Ggf.: Wiederholung **1.3 Lösen linearer Gleichungssysteme – GAUSS-Algorithmus**	ben gestellt werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt. In Anwendungskontexten (z.B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Inhalte</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</td><td>5.1 Lage- und Streuungsmaße von Stichproben
5.1.1 Häufigkeitsverteilungen – Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung
• Häufigkeitsverteilungen – Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung
• Arithmetisches Mittel einer Häufigkeitsverteilung mit zusammengefassten Daten
5.1.2 Streuung um den Mittelwert einer Stichprobe – die empirische Standardabweichung
• Berechnung der empirischen Standardabweichung von Häufigkeitsverteilungen
5.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen
5.2.1 Zufallsgröße – Erwartungswert einer Zufallsgröße
• Bestimmen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch Abzählen der zugehörigen Ergebnisse
• Bestimmen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen mithilfe von Baumdiagrammen
• Berechnen des Erwartungswerts für eine gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung)</td><td>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.
Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.
Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.
Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</td></tr>
</table>

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]	5.2.2 Anwendung von Zählstrategien zur Bestimmung der Anzahl der Möglichkeiten • Zählprinzip, Urnenmodelle, Fakultätschreibweise) 5.2.3 Anwendung von Zählstrategien beim Ziehen mit einem Griff • Berechnen von Binomialkoeffizienten, PASCAL'sches Dreieck, das PASCAL'sche Dreieck und Binomische Formeln, • Bestimmen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen mithilfe von Binomialkoeffizienten **5.3 Binomialverteilung** 5.3.1 BERNOULLI-Ketten • Überprüfen, ob eine BERNOULLI-Kette vorliegt • Erste Wahrscheinlichkeitsberechnungen bei BERNOULLI-Ketten) 5.3.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten – BERNOULLI-Formel • Anwenden der BERNOULLI-Formel zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten • Anwenden der BERNOULLI-Formel zur Berechnung von zu erwartenden Werten	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive*

• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen	• Modellieren von Ziehvorgängen ohne Zurücklegen mithilfe eines Binomialansatzes • Eigenschaften von Binomialverteilungen 5.3.3 Kumulierte Binomialverteilung – ein Auslastungsmodell • Modellieren der Auslastung von Maschinen, Simulation einer Auslastung) 5.3.4 Berechnen von Intervall-Wahrscheinlichkeiten • Bestimmen von Intervall-Wahrscheinlichkeiten • Modellierung von Vorgängen mithilfe eines Binomialansatzes • Bestimmen von Intervallen mit vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten 5.3.5 Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Erfolg bei einem n-stufigen BERNOULLI-Experiment • Notwendiger Stichprobenumfang für mindestens einen Erfolg	*den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*	**6.1 Erwartungswert und Standardabweichung von Binomialverteilungen** 6.1.1 Erwartungswert einer Binomialverteilung • Erwartungswert einer Binomialverteilung • Maximum einer Binomialverteilung • Eigenschaften von Umgebungen um den Erwartungswert einer Binomialverteilung • Allgemeine Untersuchungen zum Erwartungswert und zum Maximum einer Binomialverteilung 6.1.2 Standardabweichung von binomialverteilten Zufallsgrößen • Entdecken einer Formel für die mittlere quadratische Abweichung einer Binomialverteilung • Überprüfen der Berechnungsformel für die Standardabweichung • Vergleich von Binomialverteilungen mit gleichem Erwartungswert • Binomialverteilungen mit gleicher Standardabweichung • Binomialverteilung mit maximaler Streuung • Bestimmen einer Binomialverteilung zu gegebenen Werten von Erwartungswert und	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) *(Lösen)* • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	Standardabweichung) 6.1.3 Umgebungen um den Erwartungswert einer Binomialverteilung – σ-Regeln • Sigma-Regeln überprüfen • Boxplots und Sigma-Umgebungen 6.1.4 Bestimmen eines genügend großen Stichprobenumfangs • Sigma-Regeln für relative Häufigkeiten, 95 %-Trichter	

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*	**6.2 Normalverteilung** 6.2.1 Approximation von Binomialverteilungen durch Normalverteilungen • Eigenschaften der GAUSS'schen Dichtefunktion • Approximation der Binomialverteilung durch eine Normalverteilung • Spezialfälle der Näherungsformeln von MOIVRE und LAPLACE • Anwenden der Näherungsformeln) 6.2.2 Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen • Wahrscheinlichkeiten bei gegebenen Werten von μ und σ bestimmen 6.2.3 Bestimmen der Parameter bei normalverteilten Zufallsgrößen • Schätzwerte für μ und σ ermitteln und damit Wahrscheinlichkeiten bestimmen • Die Parameter μ und σ aus Wahrscheinlichkeitsaussagen erschließen	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Pro-

• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen		duktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen,	**6.3 Beurteilende Statistik – Hypothesentests** 6.3.1 Prognose über zu erwartende Häufigkeiten – Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe • Prognosen für zu erwartende absolute Häufigkeiten • Signifikante Abweichungen • Prognose über zu erwartende relative Häufigkeiten • Ausnutzen der Symmetrie der Binomialverteilung 6.3.2 Testen von zweiseitigen Hypothesen – Fehler 1. und 2. Art • Annahme- und Verwerfungsbereich bestimmen • Entscheidungsregeln aufstellen • Fehler 1. und 2. Art in Alltagssituationen beschreiben • Über die Gültigkeit von zweiseitigen Hypothesen entscheiden • Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art bestimmen 6.3.3 Auswahl der Hypothese – Testen von einseitigen Hypothesen	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d.h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm' visualisiert. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei *(Diskutieren)*	• Einseitiger Hypothesentest bei vorgegebener Hypothese • Einseitig oder zweiseitig testen • Verschiedene Standpunkte – verschiedene einseitige Hypothesentests	

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Inhalte	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	**6.4 Stochastische Prozesse mithilfe von Matrizen beschreiben** 6.4.1 Bestimmung von Zuständen mithilfe von Übergangsmatrizen • Übergangsdiagramme und Übergangsmatrizen • Berechnen eines veränderten Zustandsvektors 6.4.2 Untersuchung stochastischer Prozesse mithilfe der Matrizenmultiplikation • Bestimmung zukünftiger Zustände • Bestimmung zurückliegender Zustände 6.4.3 Stabilisieren von Zuständen – stationäre Zustände • Stationäre Verteilung – Fixvektor	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen meist mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.

20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen und nach Möglichkeit gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schulhalbjahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil im Umfang von 20%.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III im Umfang von maximal 15% (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese werden mit den Schülerinnen und Schülern besprochen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse und verfahren in diesen gleichartig.

Verbindliche Instrumente:

Zu jeder Klausur wird im Vorfeld eine entsprechende **Klausurübung** ausgegeben und besprochen.
Für die Abiturvorbereitung finden in Q2/II in der Regel drei **Vorbereitungstage** statt (in der Regel samstags).

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, hier die obere Grenze der Bandbreite für Q1 und Q2 zu nutzen). (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, in allen Klausuren dieser Kurshalbjahre einheitlich zu verfahren). (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die dritte Klausur Q1 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit, Wahl neuer Arbeitsmittel
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben…)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen, Kooperationsverhalten
- Darstellungsleistung und Inhaltliche Qualität bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen, Mediennutzung
- Ergebnisse schriftlicher Übungen und mündlicher Leistungsüberprüfungen (Tafel, elektronische Medien)
- Erstellen von Protokollen

- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Schülerinnen und Schülern transparent und klar sein. Die Fachkonferenz legt allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten. Dazu gehört auch die Darstellung der Erwartungen für eine gute und für eine ausreichende Leistung.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten.
Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet (ca. 50%).

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	**Anforderungen für eine gute Leistung**	**ausreichende Leistung**
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/ Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Eine Leistungsrückmeldung erfolgt in der Regel in Form der Vergabe der Quartals- und Zeugnisnoten. Hierbei wird nach Klausurleistung, Leistung in der sonstigen Mitarbeit und Gesamtleistung differenziert. In Problemfällen erfolgt hier auch eine Beratung über die weitere Vorgehensweise.
Besondere Probleme im Mathematikunterricht (z.B. auch Nichtanwesenheit) sollten an die BeratungslehrerInnen weitergegeben werden und dann bei den Elternberatungsterminen berücksichtigt werden.
Eine Beratung über die eventuelle Wahl des Mathematik-LKs erfolgt im zweiten Halbjahr der Einführungsphase.
Eine Beratung über die Anfertigung einer Facharbeit im Fach Mathematik muss bis zu den Weihnachtsferien in Q1 erfolgt sein. Bis zu diesem Zeitpunkt muss das Thema festliegen. Ansonsten gelten die üblichen Regeln für die Facharbeit.
Eine Beratung über die Wahl des Faches Mathematik als drittes oder viertes Abiturfach erfolgt im Grundkurs im Laufe des zweiten Halbjahres Q1.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Der grafikfähige Taschenrechner ist seit längerer Zeit ab der Einführungsphase eingeführt. Verwendet wird ein Casio-Modell.

In der Einführungsphase wird das Schulbuch „Elemente der Mathematik, Einführungsphase, NRW“ in der aktuellen Version verwendet.

In der Qualifikationsphase wird für GK und LK das Schulbuch „Elemente der Mathematik, Qualifikationsphase, NRW“ in der aktuellen Version verwendet.

Es werden Arbeitsblätter der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra verwendet.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. An den in den vorangegangenen Kapiteln ausgewiesenen Stellen wird das Vorwissen aus diesen Kontexten aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.
Im Bereich der mathematischen Modellierung von Sachverhalten werden die naturwissenschaftlichen Modelle als Grundlage für sinnvolle Modellannahmen verdeutlicht. Insbesondere im Bereich „Wachstum und Zerfall“ werden die zugrundeliegenden chemischen bzw. biologischen Modelle als Argumentationsgrundlage verwendet und durch mathematikhaltige Argumentationen verifiziert.
Geplant ist eine Kooperation mit weiteren Fächern, in denen deskriptive Statistik und das Argumentieren mit Hypothesen im Sinne der beurteilenden Statistik eine Rolle spielt. Erste Gespräche sind dazu bereits mit den Fächern Erdkunde und Pädagogik aufgenommen worden.
Der Mehrwert der grafikfähigen Taschenrechner wird fächerübergreifend durch die zwei naturwissenschaftlichen Fachschaften genutzt. Im Fach Chemie sind direkte Synergien in der Messwerterfassung und der Nutzung des GTR als Werkzeug zum Modellieren von Zusammenhängen erkannt und festgehalten worden. Ebenso berät die Fachschaft Mathematik vor allem die Fachschaft Biologie über sinnstiftende Einsatzmöglichkeiten des GTR.

Wettbewerbe

Die Teilnahme an den Wettbewerben wird den Schülerinnen und Schülern in Absprache mit der Stufenleitung ermöglicht.

Infotag

Nach derzeitigem Stand wird die Fachschaft Mathematik SII auf dem Infotag mit einem Stand vertreten sein. Es wird der Gebrauch des GTR im Rahmen der Themen des Mathematikunterrichts SII demonstriert.

Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Das betrifft u. a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Durch meist parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grund- und Leistungskursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen, sowie vorgeschaltete Übungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2018 für den ersten und zweiten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2018 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.